# Elke vlakke graaf is 5-kiesbaar

Een lijstkleuring van een graaf $G$ is een toekenning van kleuren aan de knopen van $G$ zodanig dat aangrenzende knopen verschillende kleuren krijgen en zodanig dat iedere knoop $v$ een kleur krijgt in een voorgeschreven lijst $L(v)$ van kleuren. Zij $k \in \mathbb{Z}_{>0}$. Een graaf $G$ heet $k$-kiesbaar indien er een lijstkleuring van $G$ is voor iedere verzameling lijsten $\{L(v)|v \text{ is een knoop van } G\}$ zodanig dat $|L(v)| = k$ voor iedere knoop $v$.

Er geldt: iedere vlakke graaf is 5-kiesbaar. Deze stelling is gemakkelijk te bewijzen. Lastiger is het te bewijzen dat NIET iedere vlakke graaf 4-kiesbaar is. Het is gemakkelijk af te leiden dat een graaf $G$ $k$-kleurbaar is indien er een lijstkleuring van $G$ bestaat zodanig dat voor ieder tweetal knopen $v, w$ van $G$ geldt $L(v) = L(w)$. Hieruit volgt dat iedere $k$-kiesbare graaf ook $k$-kleurbaar is. De omkering geldt niet; iedere vlakke graaf is 4-kleurbaar, maar er zijn vlakke grafen die niet 4-kiesbaar zijn. Sterker, er bestaan vlakke grafen die 3-kleurbaar zijn, maar die niet 4-kiesbaar zijn.

Het is goed mogelijk om een bewijs voor de 5-kiesbaarheid van vlakke grafen te geven. Wellicht is het echter interessanter om een voorbeeld te geven van een vlakke graaf die niet 4-kiesbaar is, en om dit te bewijzen. Of dit binnen een half uur te doen is, is echter niet duidelijk.