Fermat voor n=4

De stelling van Fermat is n van de meest bekende stellingen binnen de wiskunde. Dit is gedeeltelijk omdat de formulering van de stelling dusdanig simpel is dat ook een niet-wiskundige hem kan begrijpen: Zij $x, y, z, n \in \mathbb{Z}$ met $n \geq 3$ zodanig dat $x^n + y^n = z^n$. Dan geldt $xyz = 0$.

Een tweede factor die heeft bijgedragen aan de bekendheid van de stelling is de ongrijpbaarheid ervan. Na de formulering van de stelling in 1637 door Pierre de Fermat bleef de stelling tot 1994 zonder bewijs, hoewel Fermat zelf in een inmiddels beroemde kantlijn schreef 'waarlijk een spectaculair bewijs' te hebben gevonden, dat echter niet binnen de kantlijn paste. Zelfs grote geldprijzen die in de loop der jaren werden uitgeloofd voor een correct bewijs mochten niet baten. Deze prijzen zorgden wel voor verdere bekendheid van de stelling, alsmede voor een toestroom van incorrecte bewijzen, veelal door amateur-wiskundigen.

De stelling van Fermat kan op de volgende manier vereenvoudigd worden: Stel dat voor zekere $x, y, z, n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 3$ geldt $x^n + y^n = z^n$ en $xyz \neq 0$. Stel verder dat p een priemdeler is van n. Dan heeft de vergelijking $X^p + Y^p = Z^p$ de niet-triviale oplossing $X = x^{\frac{n}{p}}, Y = y^{\frac{n}{p}}, Z = z^{\frac{n}{p}}$. Dus om de stelling van Fermat te bewijzen, volstaat het de stelling te bewijzen in het geval dat n een priemgetallen is, met één uitzondering. Namelijk, we weten dat $x^2+y^2 = z^2$ wèl niet-triviale geheeltallige oplossingen heeft. Dus als we de stelling van Fermat willen bewijzen voor willekeurige $n \geq 3$ kunnen we niet volstaan door hem slechts te bewijzen voor het geval dat n een priemgetal is (sterker, de stelling is niet waar als $n = 2$). Daarom dienen we hem ook te bewijzen voor het speciale geval $n = 4$.

Weinig wiskundigen geloven nog dat Fermat een correct, elementair bewijs voor de stelling had, zoals in zijn beroemde kantlijn genoteerd staat. Sterker, vermoedelijk heeft hij zelfs geen correct bewijs bedacht voor enig oneven priemgetal. Wellicht is de enige bijdrage die Fermat heeft geleverd aan het bewijzen van zijn stelling (of eigenlijk, van zijn vermoeden) het bewijs van zijn stelling voor $n = 4$.

Dit bewijs heeft de eeuwen doorstaan, en is zelfs nu nog zeer geschikt om in een lezing te behandelen.