Minkowski

Zij Λ een volledig rooster in de $\mathbb{R}^n$, ofwel zij Λ een subgroep van de $\mathbb{R}^n$ van de vorm $\Lambda = \mathbb{Z}\mathbf{v}_1 + \mathbb{Z}\mathbf{v}_2 + \ldots + \mathbb{Z}\mathbf{v}_n$, waarbij $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ lineair onafhankelijk zijn. De determinant van Λ, genoteerd $\det(\Lambda)$, is de absolute waarde van de determinant van de matrix met kolommen $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$. Merk op dat de determinant van Λ welgedefinieerd is (onafhankelijk van de basis $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ van Λ), en gelijk is aan het volume van een fundamenteel domein
$F = \{x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2 + \ldots + x_n\mathbf{v}_n | x_1, x_2, \ldots, x_n \in [0, 1)\}$ van Λ.

Zij $C \subset \mathbb{R}^n$ een convexe, gesloten deelverzameling die symmetrisch is rond 0. Noteer met $\mathrm{vol}(C)$ het volume van C.

De stelling van Minkowski zegt het volgende: Als $\mathrm{vol}(C) \geq 2^n \cdot \det(\Lambda)$, dan bevat C een element van Λ.

Deze stelling heeft zoveel belangrijke gevolgen dat hij de basis vormt van een bepaalde tak van de getaltheorie, genaamd de geometrie van getallen. Het is door deze stelling bijvoorbeeld mogelijk irrationale getallen ‘goed’ te benaderen met behulp van breuken. Ook kan men met behulp van deze stelling snel geheeltallige oplossingen te vinden voor bijvoorbeeld de vergelijking van Pell.

De stelling van Minkowski is in de gegeven vorm goed te bewijzen en is waarschijnlijk prima geschikt voor een voordracht.